

## A. UNGHIURI

1) Masura unui unghi reprezinta  $\frac{2}{3}$  din masura suplementului sau. Aflati masura unghiului.

**Rezolvare:**

$$x = \frac{2}{3} \cdot (180^\circ - x) \Rightarrow 3x = 2 \cdot (180^\circ - x) \Rightarrow 3x = 360^\circ - 2x \Rightarrow 5x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

2) Suplementul complementului unui unghi este  $120^\circ$ . Care este masura unghiului?

**Rezolvare:**

Notam masura unghiului cu  $x$ . Complementul unghiului este  $(90^\circ - x) \Rightarrow$  suplementul complementului este  $180^\circ - (90^\circ - x) = 180^\circ - 90^\circ + x = 90^\circ + x \Rightarrow 90^\circ + x = 120^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$

3) Trei unghiuri formate in jurul unui punct sunt invers proportionale cu numerele 0,25 ; 0,2 ; 0,1(6). Aflati masurile celor 3 unghiuri.

**Rezolvare:**

Transform numerele zecimale in fractii  $\Rightarrow 0,25 = \frac{1}{4}$  ;  $0,2 = \frac{1}{5}$  ;  $0,1(6) = \frac{1}{6}$

Notez unghiurile cu  $a, b, c$

Deoarece unghiurile sunt invers proportionale cu fractiile de mai sus  $\Rightarrow a=4k$  ;  $b=5k$  ;  $c=6k$

Suma unghiurilor din jurul unui punct este  $360^\circ \Rightarrow 4k+5k+6k=360^\circ \Rightarrow 15k=360 \Rightarrow k=24$

$\Rightarrow a=96^\circ$  ;  $b=120^\circ$  ;  $c=144^\circ$ .

4) Aflati unghiul dintre bisectoarele a 2 unghiuri adiacente daca acestea : **a)** au  $80^\circ$  respectiv  $60^\circ$  ; **b)** sunt suplementare ; **c)** sunt complementare

**Rezolvare:**

Unghiul dintre bisectoarele a 2 unghiuri adiacente =  $\frac{\text{suma unghiurilor}}{2} \Rightarrow$

$$\frac{80^\circ + 60^\circ}{2}$$

**a)** unghiul dintre bisectoare =  $\frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$

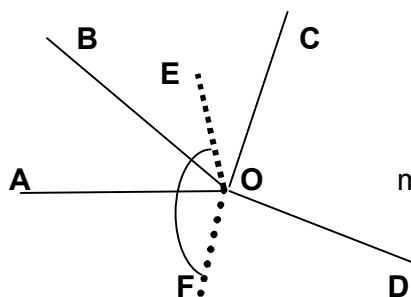
**b)** unghiul dintre bisectoare =  $\frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$  ; **c)** unghiul dintre bisectoare =  $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

5) Se stie ca  $\angle AOB$  ;  $\angle BOC$  ;  $\angle COD$  ;  $\angle DOA$  sunt unghiuri in jurul unui punct astfel incit :

$$\frac{1}{4} \cdot m(\angle AOB) = \frac{1}{5} \cdot m(\angle BOC) = \frac{1}{6} \cdot m(\angle COD) = \frac{1}{9} \cdot m(\angle DOA)$$

**a)** Aflati masurile unghiurilor. **b)** Aflati unghiul dintre bisectoarele unghiurilor AOD si BOC

**Rezolvare:**



$$\frac{m(\angle AOB)}{4} = \frac{m(\angle BOC)}{5} = \frac{m(\angle COD)}{6} = \frac{m(\angle DOA)}{9} = k$$

$$m(\angle AOB)=4k ; m(\angle BOC)=5k ; m(\angle COD)=6k ; m(\angle DOA)=9k$$

$$4k + 5k + 6k + 9k = 360^\circ \Rightarrow 24k=360^\circ \Rightarrow k=15$$

a)  $m(\angle AOB) = 4 \cdot 15 = 60^\circ$  ;  $m(\angle BOC) = 5 \cdot 15 = 75^\circ$  ;  $m(\angle COD) = 6 \cdot 15 = 90^\circ$  ;  $m(\angle DOA) = 9 \cdot 15 = 135^\circ$

b)  $m(\angle EOF) = \frac{m(\angle BOC)}{2} + m(\angle AOB) + \frac{m(\angle DOA)}{2} = 165^\circ$

6. Aflati masurile unghiurilor unui triunghi stiind ca sunt direct proportionale cu numerele 3, 6, 9.

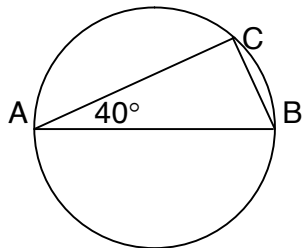
**Rezolvare:**

Notez unghiurile cu a, b, c. Daca sunt direct proportionale cu 3, 6, 9  $\Rightarrow a=3k, b=6k, c=9k$

**Suma unghiurilor unui triunghi este  $180^\circ$**   $\Rightarrow a + b + c = 180 \Rightarrow 3k + 6k + 9k = 180 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 18k = 180 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow a = 3 \cdot 10 = 30^\circ$  ;  $b = 6 \cdot 10 = 60^\circ$  ;  $c = 9 \cdot 10 = 90^\circ$ .

7. AB este diametrul cercului din figura de mai jos, iar măsura unghiului  $BAC = 40^\circ$

Asociati fiecare litera din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzatoare:



<b>A</b>	<b>B</b>
a. $m(\widehat{AC})$	1. $90^\circ$
b. $m(\widehat{BC})$	2. $80^\circ$
c. $m(\angle ABC)$	3. $100^\circ$
	4. $50^\circ$

**Rezolvare:**

Triunghiul ABC este inscris in semicerc  $\Rightarrow \triangle ABC$  este dreptunghic cu  $m(\angle ACB) = 90^\circ$

Daca  $m(\angle ACB) = 90^\circ$  si  $m(\angle BAC) = 40^\circ \Rightarrow m(\angle ABC) = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

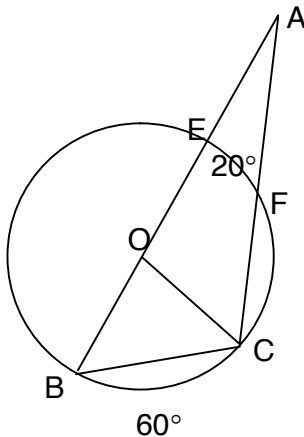
$$m(\angle ABC) = \frac{m(\widehat{AC})}{2} \text{ (este unghi cu varful pe cerc)} \Rightarrow m(\widehat{AC}) = 2 \cdot m(\angle ABC) = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$$

$$m(\angle BAC) = \frac{m(\widehat{BC})}{2} \text{ (este unghi cu varful pe cerc)} \Rightarrow m(\widehat{BC}) = 2 \cdot m(\angle BAC) = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$$

**Rezultatul se exprima astfel: (a, 3) ; (b, 2) ; (c, 4)**

8. In figura de mai jos O este centrul cercului iar masurile arcurilor EF si BC sunt  $20^\circ$  respectiv  $60^\circ$

Asociati fiecare litera din coloana **A** cu cifra din coloana **B** corespunzatoare:



<b>A</b>	<b>B</b>
a. $m(\angle OAC)$	1. $120^\circ$
b. $m(\angle AOC)$	2. $40^\circ$
c. $m(\angle ACO)$	3. $30^\circ$
	4. $20^\circ$

**Rezolvare:**

$$m(\angle BAC) = \frac{m(\widehat{BC}) - m(\widehat{EF})}{2} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2} = 20^\circ \Rightarrow m(\angle OAC) = 20^\circ$$

$$m(\angle BOC) = m(\widehat{BC}) = 60^\circ \text{ (unghi cu varful in centrul cercului)}$$

$$m(\angle AOC) = 180^\circ - m(\angle BOC) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{In } \triangle AOC \Rightarrow m(\angle ACO) = 180^\circ - (m(\angle AOC) + m(\angle OAC)) = 180^\circ - (120^\circ + 20^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

**Rezultatul se exprima astfel: (a, 4) ; (b, 1) ; (c, 2)**