

O. EXPRESII ALGEBRICE - PROBLEME PROPUSE

1) Efectuați calculele și obțineți forma cea mai simplă:

a) $E(x) = \left(\frac{5}{x-3} - \frac{4}{x+3} + \frac{29}{9-x^2} \right) : \left(1 - \frac{1}{x^2-6x+9} \right)$

b) $E(x) = \frac{3}{4} + \frac{x-3}{4} \cdot \left(\frac{2}{x+1} + \frac{3x+6}{x^2+x-2} + \frac{4x}{1-x^2} \right) : \frac{x-3}{x-1}$

c) $E(x) = \left(\frac{1}{x^2-5x+6} : \frac{x-2}{x^2-4x+4} + \frac{1}{9-x^2} \right) \cdot \frac{x-3}{x+2}$

d) $E(x) = \left(\frac{1}{x-3} + \frac{9-x^2}{x^2-x+1} \cdot \frac{1}{x-3} \right) : \frac{10-x}{x^3+1} - 2$

2) Fie expresia: $E(x) = \left(\frac{x^2-9}{x^2-6x+9} - \frac{18x+36}{18+9x-2x^2-x^3} - \frac{x^2}{x^2+3x} \right) \cdot \left(\frac{x^2}{3} - x \right)$

a) Arătați că $E(x) = 3x$

b) Determinați valorile reale ale lui x pentru care expresia $E(x)$ nu este definită.

c) Arătați că $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(20)$ este divizibil cu 63

3) Fie expresia $E(x) = \frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x^2-4x+4} + \frac{x+2}{x-2} : \frac{4-x^2}{x^2+x-6}$

a) Arătați că $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$

b) Arătați că $E(x) = -\frac{2}{x-2}$

c) Pentru ce valori ale lui a , $E(a)$ este definită?

d) Determinați $a \in \mathbb{Z}$ astfel încât $E(a) \in \mathbb{Z}$

4) Fie expresia $E(x) = \frac{2x^2+16x+32}{3x^2-48} : \left[\left(\frac{2x}{x+2} + \frac{2x}{6-3x} + \frac{8x}{x^2-4} \right) : \left(\frac{2x-8}{x-2} \right) \right]$

a) Arătați că $E(x) = \frac{x+4}{x}$

b) Pentru ce valori ale lui x , expresia are sens

c) Determinați elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid E(x) \in \mathbb{N}\}$

d) Rezolvați în \mathbb{Z} ecuația : $E(x) + \frac{4}{x^2} = 0$

5) Fie expresia: $E(x) = \left(\frac{x^2}{x^3 - x^2} + \frac{x + 3}{3 + x - 3x^2 - x^3} + \frac{x^2}{x^2 + x} \right) : \frac{1}{x^2 - 1}$

- a) Arătați că $E(x) = x^2$
- b) Determinați valorile lui x pentru care expresia $E(x)$ nu este definită
- c) Rezolvați ecuația $E(x) = 5x - 6$
- d) Arătați că suma $E(\sqrt{1}) + E(\sqrt{2}) + E(\sqrt{3}) + \dots + E(\sqrt{20})$ este divizibilă cu 21

6) Fie expresia $E(x) = \left(1 + \frac{x + 2}{x - 1} \right) : \frac{1 - 4x^2}{1 - x^2}$

- b) Arătați că $E(x) = \frac{x + 1}{2x - 1}$
- c) Pentru ce valori ale lui a , $E(a)$ nu este definită în a ?
- d) Determinați $b \in \mathbb{R}$ astfel încât $E(b) = 2$

7) Fie expresia : $\left(\frac{x + 2}{x - 3} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x + 3} : \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 9}$

- a) Verificați dacă $E(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
- b) Determinați valorile lui x pentru care expresia $E(x)$ este definită
- c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $E(x) - 1 \geq 0$
- d) Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $E(x) \in \mathbb{Z}$

8) Fie expresiile $F(x) = \frac{1}{1 - x} - 1$ și $E(x) = \left[F(x) : \left(1 - \frac{1 - 2x^2}{1 - x} \right) \right] \cdot (4x^2 - 4x + 1)$

- a) Calculați $F(2) \cdot F(-1)$
- b) Aratați ca $E(x) = 2x - 1$
- c) Fie mulțimea $A = \{ a \in \mathbb{N} / E(a) \leq 2003 \}$. Cite elemente are mulțimea A ?
- d) Calculați $E(2) + E(3) + E(4) + \dots + E(25)$